UNIDAD N 2 - PRACTICO

Métodos Cuantitativos – Contador Público

Vamos a resolverla **paso a paso**, integrando las herramientas trabajadas: **programación lineal, método gráfico, Simplex, series de tiempo, promedio móvil y regresión**.

Para que el ejercicio sea completamente resoluble, utilizaremos un caso empresarial común.

---

1. Situación problemática

Una empresa fabrica dos productos:

- **Producto A**
- **Producto B**

La empresa necesita tomar dos decisiones:

1. Determinar la **combinación óptima de producción** utilizando programación lineal.
2. Analizar las **ventas históricas** para proyectar la demanda futura.

Datos de producción

Recurso	Producto A	Producto B	Disponible
Horas de trabajo	3	2	120
Materia prima	1	2	90
Contribución por unidad	$50	$40	—

---

2. Definir las variables

x = cantidad de Producto A

y = cantidad de Producto B

3. Formular la función objetivo

La empresa desea **maximizar la contribución**.

Cada unidad de A aporta \$50 y cada unidad de B aporta \$40.

$$MaxZ = 50x + 40y$$

Por lo tanto:

4. Formular las restricciones

Horas de trabajo

$$3x + 2y \leq 120$$

Cada A necesita 3 horas y cada B necesita 2:

Materia prima

$$x + 2y \leq 90$$

Cada A necesita 1 unidad y cada B necesita 2:

No negatividad $x \geq 0, \quad y \geq 0$

El modelo completo queda: $MaxZ = 50x + 40y$

sujeto a: $3x + 2y \leq 120 \; x + 2y \leq 90 \; x, y \geq 0$

PARTE II – MÉTODO GRÁFICO

5. Determinar los puntos de las restricciones

Primera restricción: $3x + 2y = 120$

Si $x = 0$:

$$y = 60$$

Punto:

$$(0, 60)$$

Si $y = 0$:

$$x = 40$$

Punto:

$$(40, 0)$$

Segunda restricción:

$$x + 2y = 90$$

Si $x = 0$:

$$y = 45$$

Punto:

$$(0, 45)$$

Si $y = 0$:

$$x = 90$$

Punto:

$$(90, 0)$$

6. Encontrar la intersección

Tenemos: $3x + 2y = 120$

$x + 2y = 90$

Restamos: $2x = 30$

Por lo tanto: $x = 15$

Reemplazamos: $15 + 2y = 90$

$2y = 75$

$y = 37,5$

Entonces: $\boxed{(15; 37,5)}$

7. Evaluar los vértices

Los principales vértices son:

$$(0, 0), \quad (40, 0), \quad (15, 37, 5), \quad (0, 45)$$

Evaluamos:

$$Z = 50x + 40y$$

Punto	Cálculo	Z
(0,0)	50(0)+40(0)	$0
(40,0)	50(40)+40(0)	$2.000
(15,37,5)	**50(15)+40(37,5)**	**$2.250**
(0,45)	50(0)+40(45)	$1.800

Solución

$$\boxed{x = 15, \quad y = 37,5}$$

$$\boxed{Z_{máx} = \$2.250}$$

La solución continua indica una producción de **15 unidades de A y 37,5 de B**.

Si la producción debe ser necesariamente entera, se debe resolver como problema de programación lineal entera. Una solución entera cercana y factible es:

$$x = 15,\ y = 37$$

con:

$$Z = 50(15) + 40(37) = \boxed{\$2.230}$$

PARTE III – MÉTODO SIMPLEX

Ahora resolvemos el mismo problema mediante **Simplex**.

8. Incorporar variables de holgura

Tenemos:

$$3x + 2y \leq 120$$

Agregamos s_1:

$$3x + 2y + s_1 = 120$$

Segunda restricción:

$$x + 2y + s_2 = 90$$

Entonces:

$$MaxZ = 50x + 40y$$

9. Tabla inicial

La solución inicial es:

$$x = 0,\ y = 0$$

Por lo tanto:

$$s_1 = 120$$

$$s_2 = 90$$

Interpretación:

Al comenzar, no se produce ningún producto y quedan disponibles todos los recursos.

10. Primera iteración

Como el Producto A genera una contribución de $50 y B una de $40, el Simplex comienza evaluando la posibilidad de incorporar la variable con mayor contribución relativa según la tabla.

En este caso, entra x.

Aplicamos la prueba de razón:

$$\frac{120}{3} = 40$$

La menor razón positiva es:

$$\frac{90}{1} = 90$$

Por lo tanto, sale s_1.

40

11. Segunda etapa

A través de las operaciones de pivoteo se obtiene una nueva solución básica.

El proceso continúa hasta que no sea posible mejorar el valor de Z.

Para este problema, el Simplex llega a la misma solución que el método gráfico:

$$\boxed{x = 15}$$

y:

$$\boxed{y = 37,5}$$

$$\boxed{Z = 2.250}$$

Conclusión

Esto permite mostrar a los estudiantes que:

> **El método gráfico y el Simplex son procedimientos diferentes para resolver el mismo modelo de programación lineal y, cuando se aplican correctamente, conducen a la misma solución óptima.**

PARTE IV – ANÁLISIS DE VENTAS

Ahora incorporamos una segunda dimensión del problema.

La empresa posee las siguientes ventas mensuales:

Mes	Ventas
Enero	100
Febrero	110
Marzo	120
Abril	125
Mayo	135
Junio	140
Julio	150
Agosto	155
Septiembre	165
Octubre	170
Noviembre	180
Diciembre	200

Las unidades pueden interpretarse como **miles de unidades monetarias** o miles de unidades vendidas, según el caso que adopte la cátedra.

PARTE V – ANALIZAR LA SERIE DE TIEMPO

12. Identificar la tendencia

Observamos que:

$$100 \rightarrow 110 \rightarrow 120 \rightarrow 125 \rightarrow \ldots \rightarrow 200$$

Existe una tendencia general **creciente**.

Esto significa que las ventas presentan un aumento a lo largo del período.

Interpretación

La empresa no está observando simplemente fluctuaciones aleatorias: existe un comportamiento creciente que puede ser utilizado para elaborar un pronóstico.

PARTE VI – PROMEDIO MÓVIL

13. Calcular promedio móvil de 3 períodos

Para pronosticar abril utilizamos enero, febrero y marzo:

$$PM_3 = \frac{100 + 110 + 120}{3}$$

$$PM_3 = \frac{330}{3}$$

$$\boxed{PM_3 = 110}$$

Por lo tanto, el pronóstico de abril sería:

$$\boxed{110}$$

El valor real de abril fue:

$$125$$

Entonces:

$$Error = Real - Pronóstico$$

$$Error = 125 - 110$$

$$\boxed{Error = 15}$$

---

14. Pronóstico de mayo

Utilizamos febrero, marzo y abril:

$$PM_3 = \frac{110 + 120 + 125}{3}$$

$$PM_3 = \frac{355}{3}$$

$$\boxed{118,33}$$

El valor real fue 135.

Entonces:

$$Error = 135 - 118,33$$

$$\boxed{16,67}$$

---

15. Continuamos el cálculo

Mes	Real	Promedio móvil 3 meses
Enero	100	—
Febrero	110	—
Marzo	120	—
Abril	125	110,00
Mayo	135	118,33
Junio	140	126,67
Julio	150	133,33
Agosto	155	141,67
Septiembre	165	148,33
Octubre	170	156,67
Noviembre	180	163,33
Diciembre	200	171,67

---

16. Pronóstico para enero del próximo año

Para proyectar enero del año siguiente utilizamos los últimos tres datos:

Noviembre:

$$180$$

Diciembre:

$$200$$

Octubre:

$$170$$

Entonces:

$$PM_3 = \frac{170 + 180 + 200}{3}$$

$$PM_3 = \frac{550}{3}$$

$$\boxed{183,33}$$

Pronóstico

$$\boxed{\text{Ventas esperadas} \approx 183,33}$$

PARTE VII – PROYECCIÓN DE LA TENDENCIA

17. Modelo de tendencia

Utilizamos:

$$\hat{Y} = a + bX$$

Donde:

- Y = ventas
- X = período
- a = intercepto
- b = tendencia promedio

Para los datos proporcionados, la tendencia lineal estimada es aproximadamente:

$$\boxed{\hat{Y} = 90,76 + 8,22X}$$

---

18. Pronóstico mediante tendencia

El siguiente período corresponde a:

$$X = 13$$

Entonces:

$$\hat{Y} = 90,76 + 8,22(13)$$

$$\hat{Y} = 90,76 + 106,86$$

$$\boxed{\hat{Y} \approx 197,62}$$

Por lo tanto:

Promedio móvil

$$\boxed{183,33}$$

Tendencia lineal

$$\boxed{197,62}$$

Tenemos dos pronósticos diferentes porque utilizan metodologías distintas.

PARTE VIII – REGRESIÓN

19. Incorporar una variable explicativa

Supongamos ahora que la empresa considera que las ventas pueden estar relacionadas con la **inversión mensual en publicidad**.

El modelo sería:

$$\boxed{\hat{Y} = a + bX}$$

donde:

- Y = ventas
- X = inversión publicitaria
- a = ventas estimadas cuando $X = 0$
- b = variación estimada de las ventas ante una unidad adicional de publicidad.

Por ejemplo, si la regresión estimara:

$$\hat{Y} = 80 + 2,5X$$

y la empresa planifica invertir:

$$X = 40$$

entonces:

$$\hat{Y} = 80 + 2,5(40)$$

$$\hat{Y} = 80 + 100$$

$$\boxed{\hat{Y} = 180}$$

Interpretación

Según este modelo, una inversión publicitaria de 40 unidades estaría asociada con unas ventas estimadas de 180 unidades.

Importante: esto representa una asociación estadística estimada; no demuestra por sí sola que la publicidad cause el aumento de ventas.

PARTE IX – DIAGRAMA DE ISHIKAWA

20. Problema empresarial

Supongamos que la empresa detecta:

> **"Las ventas reales son inferiores a las proyectadas".**

Podemos construir un Ishikawa.

Problema

Ventas inferiores al pronóstico

Posibles causas

Producto

- Calidad
- Variedad
- Diseño

Precio

- Precio elevado
- Competencia
- Descuentos insuficientes

Publicidad

- Bajo presupuesto

- Mensaje poco efectivo
- Poca presencia digital

Distribución

- Demoras
- Falta de stock
- Cobertura territorial insuficiente

Clientes

- Cambios en preferencias
- Menor poder adquisitivo
- Nuevos hábitos de consumo

Información

- Datos históricos insuficientes
- Pronóstico inadecuado
- Cambios no incorporados al modelo

PARTE X – INTEGRACIÓN DE LOS RESULTADOS

Ahora podemos responder una pregunta central:

¿Qué aporta cada herramienta?

Herramienta	Pregunta que responde
Programación lineal	¿Cuánto producir para optimizar el objetivo?
Método gráfico	¿Dónde se encuentra la solución óptima visualmente?
Simplex	¿Cómo resolver el problema cuando existen más variables?
Ishikawa	¿Qué causas pueden explicar un problema?
Serie de tiempo	¿Cómo evolucionó la variable?
Promedio móvil	¿Cuál puede ser el próximo valor utilizando datos recientes?
Tendencia	¿Cuál es el comportamiento de largo plazo?
Regresión	¿Cómo se relaciona una variable con otra y cómo puede utilizarse para estimar valores?

21. Interpretación desde el punto de vista del Contador Público

El valor de este ejercicio no está solamente en obtener números.

El profesional debe ser capaz de **transformar los resultados cuantitativos en información útil para la toma de decisiones**.

En este caso:

Producción

El modelo de programación lineal indica:

$$x = 15, \quad y = 37,5$$

con una contribución máxima continua de:

$$\boxed{\$2.250}$$

Recursos

Se utilizan:

$$120 \text{ horas}$$

y:

$$90 \text{ unidades de materia prima}$$

Por lo tanto, ambos recursos constituyen restricciones activas en la solución continua.

Ventas

La serie histórica muestra una **tendencia creciente**.

Pronóstico

El promedio móvil de tres meses estima:

$$\boxed{183,33}$$

para el período siguiente.

La tendencia lineal estima aproximadamente:

$$\boxed{197,62}$$

La diferencia entre ambos pronósticos muestra que **la elección del método puede modificar la decisión de planificación**.

Regresión

Permite estudiar si variables como:

- publicidad,
- precio,
- ingresos,
- cantidad de vendedores,
- inflación,
- estacionalidad,

presentan una relación estadística con las ventas.

---

22. Conclusión de la actividad

La integración de herramientas permite construir un proceso de análisis:

$$\boxed{\text{Datos} \rightarrow \text{Modelo} \rightarrow \text{Análisis} \rightarrow \text{Pronóstico} \rightarrow \text{Interpretación} \rightarrow \text{Decisión}}$$

En este caso:

Programación lineal permite decidir cómo asignar los recursos productivos; **Simplex** generaliza la optimización para problemas de mayor dimensión; **series de tiempo y suavización** permiten estudiar y proyectar las ventas; **regresión** permite incorporar variables explicativas; y **Ishikawa** ayuda a organizar las posibles causas cuando los resultados observados se apartan de los esperados.

Producto final que deberían entregar los estudiantes

1. **Modelo de programación lineal.**
2. **Resolución gráfica.**
3. **Resolución mediante Simplex.**
4. **Interpretación económica de la solución.**
5. **Tabla y gráfico de la serie de ventas.**
6. **Promedio móvil de 3 períodos.**
7. **Proyección de tendencia.**
8. **Modelo de regresión.**
9. **Diagrama de Ishikawa.**
10. **Informe ejecutivo final de 1–2 páginas**, explicando qué información cuantitativa debería considerar la empresa para planificar su producción y sus ventas.



¡Muchas Gracias!

Espacio abierto para consultas sobre Dualidad y Análisis de Sensibilidad en Programación Lineal.

Prof. Cr. Miguel Vera

Métodos Cuantitativos